ECUACIONES DIFERENCIALES CON COEFICIENTES LINEALES.

ECUACIONES DIFERENCIALES TRANSFORMABLES A HOMOGÉNEAS.

Estas ecuaciones diferenciales también tienen la siguiente estructura:

$$(ax+by+c)dx+(\alpha x+\beta y+\gamma)dy=0 \Rightarrow \frac{dy}{dx}=\left[\frac{(ax+by+c)}{(\alpha x+\beta y+\gamma)}\right]$$

También suelen llamarse ecuaciones diferenciales transformables a homogéneas. Para resolver estas ecuaciones diferenciales se deben realizar algunos cambios de variables que permitan eliminar el término independiente del coeficiente lineal

Si (h, k) es el punto de intersección entre las rectas $(ax+by+c)=0; (\alpha x+\beta y+\gamma)=0$ entonces se hace la sustitución $x=u+h;\ \ y=v+k$ y se consigue la ecuación homogénea: $(au+bv)du+(\alpha u+\beta v)dv=0$

En forma práctica si la ecuación es reducible a homogénea se cumple que: $\begin{vmatrix} a & b \\ \alpha & \beta \end{vmatrix} \neq 0$

En **DERIVE,** una vez que se comprueba que el determinante es diferente de cero, y la ecuación diferencial tiene la forma $\frac{dy}{dx}=\frac{(ax+by+c)}{(\alpha x+\beta y+\gamma)}=f(x,y)$ se utiliza el comando siguiente:

LIN_FRAC_GEN(f(x,y), a, b, c, α, β, γ, x, y ,k) (para soluciones generales)

LIN_FRAC(f(x,y), a, b, c, α, β, γ, x, y ,x_0,y_0)(cuando estén dadas las condiciones iniciales)

EJEMPLO 1: Resolver la siguiente ecuación diferencial $(6x+4y-8)dx+(x+y-1)dy=0$

$$(6x+4y-8)dx+(x+y-1)dy=0 \Rightarrow \frac{dy}{dx}=-\frac{6x+4y-8}{x+y-1}$$

#1: LOAD(C:\Program Files\TI Education\Derive 6 - Evaluación\Math\FirstOrderODEs.mth)

#2: InputMode := Word

#3: $(6\cdot x + 4\cdot y - 8)\cdot dx + (x + y - 1)\cdot dy = 0$

#4: $\frac{dy}{dx} = - \frac{6\cdot x + 4\cdot y - 8}{x + y - 1}$

#5: InputMode := Character

#6: $\mathrm{DET}\begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

#7: 2

#8: $\mathrm{LIN\_FRAC\_GEN}\left(- \frac{6\cdot x + 4\cdot y - 8}{x + y - 1}, 6, 4, -8, 1, 1, -1, x, y, k\right)$

#9: $2\cdot \mathrm{LN}\left(\frac{3\cdot x + y - 5}{x - 2}\right) - \mathrm{LN}\left(\frac{2\cdot x + y - 3}{x - 2}\right) = - \mathrm{LN}(x - 2) - k$

Dr. DÁMASO ROJAS http://damasorojas.con.ve http://damasorojas.jimdo.com
e-mail: damasorojas8@gmail.com twitter: @dmasorojas

SE SUSTITUYE K POR LN(K)

#10: $$2\cdot \mathrm{LN}\left(\frac{3\cdot x + y - 5}{x - 2}\right) - \mathrm{LN}\left(\frac{2\cdot x + y - 3}{x - 2}\right) = - \mathrm{LN}(x - 2) - \mathrm{LN}(k)$$

SE APLICA PROPIEDADES LN

#11: $$\mathrm{LN}\left(\frac{\left(\frac{3\cdot x + y - 5}{x - 2}\right)^2}{\frac{2\cdot x + y - 3}{x - 2}}\right) = - \mathrm{LN}((x - 2)\cdot k)$$

SE APLICA EXPONENCIAL (AMBOS LADOS DE LA ECUACIÓN)

#12: $$e^{\mathrm{LN}(((3\cdot x + y - 5)/(x - 2))^2/((2\cdot x + y - 3)/(x - 2)))} = e^{- \mathrm{LN}((x - 2)\cdot k)}$$

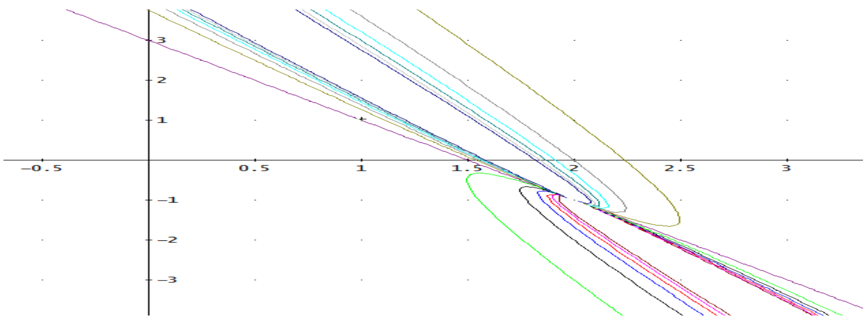
#13: $$\frac{(3\cdot x + y - 5)^2}{(x - 2)\cdot(2\cdot x + y - 3)} = \frac{1}{k\cdot(x - 2)}$$

#14: $$\mathrm{SOLVE}\left(\frac{(3\cdot x + y - 5)^2}{(x - 2)\cdot(2\cdot x + y - 3)} = \frac{1}{k\cdot(x - 2)},\ k,\ \mathrm{Real}\right)$$

#15: $$k = \frac{2\cdot x + y - 3}{(3\cdot x + y - 5)^2}$$

#16: $$\mathrm{VECTOR}\left(k = \frac{2\cdot x + y - 3}{(3\cdot x + y - 5)^2},\ k,\ -3,\ 3,\ 0.5\right)$$

#17: $$\left[\frac{2\cdot x + y - 3}{(3\cdot x + y - 5)^2} = -3,\ \frac{2\cdot x + y - 3}{(3\cdot x + y - 5)^2} = -\frac{5}{2},\ \frac{2\cdot x + y - 3}{(3\cdot x + y - 5)^2} = -2,\ \frac{2\cdot x + y - 3}{(3\cdot x + y - 5)^2} = -\frac{3}{2},\ \frac{2\cdot x + y - 3}{(3\cdot x + y - 5)^2} = -1,\ \frac{2\cdot x + y - 3}{(3\cdot x + y - 5)^2} = -\frac{1}{2},\ \frac{2\cdot x + y - 3}{(3\cdot x + y - 5)^2} = 0,\ \frac{2\cdot x + y - 3}{(3\cdot x + y - 5)^2} = \frac{1}{2},\ \frac{2\cdot x + y - 3}{(3\cdot x + y - 5)^2} = 1,\ \frac{2\cdot x + y - 3}{(3\cdot x + y - 5)^2} = \frac{3}{2},\ \frac{2\cdot x + y - 3}{(3\cdot x + y - 5)^2} = 2,\ \frac{2\cdot x + y - 3}{(3\cdot x + y - 5)^2} = \frac{5}{2},\ \frac{2\cdot x + y - 3}{(3\cdot x + y - 5)^2} = 3\right]$$



Dr. DÁMASO ROJAS http://damasorojas.con.ve http://damasorojas.jimdo.com
e-mail: damasorojas8@gmail.com twitter: @dmasorojas

EJEMPLO 2. Resolver la siguiente ecuación diferencial $\frac{dy}{dx}=\frac{3x-y-9}{x+y+1}$

#1: LOAD(C:\Program Files\TI Education\Derive 6 - Evaluación\Math\FirstOrderODEs.mth)

#2: InputMode := Word

#3: $\frac{dy}{dx} = \frac{3\cdot x - y - 9}{x + y + 1}$

#4: InputMode := Character

#5: $\mathrm{DET}\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

#6: 4

#7: $\mathrm{LIN\_FRAC\_GEN}\left(\frac{3\cdot x - y - 9}{x + y + 1}, 3, -1, -9, 1, 1, 1, x, y, k\right)$

#8: $\mathrm{LN}\left(-\frac{3\cdot x^2 - 2\cdot x\cdot(y + 9) - y^2 - 2\cdot y + 15}{(x - 2)^2}\right) = -2\cdot\mathrm{LN}(x - 2) - 2\cdot k$

SE APLICA PROCEDIMIENTO SIMILAR AL EJERCICIO ANTERIOR

#9: $\mathrm{LN}\left(-\frac{3\cdot x^2 - 2\cdot x\cdot(y + 9) - y^2 - 2\cdot y + 15}{(x - 2)^2}\right) = -2\cdot\mathrm{LN}(x - 2) - 2\cdot\mathrm{LN}(k)$

#10: $\mathrm{LN}\left(-\frac{3\cdot x^2 - 2\cdot x\cdot(y + 9) - y^2 - 2\cdot y + 15}{(x - 2)^2}\right) = -2\cdot\mathrm{LN}((x - 2)\cdot k)$

#11: $e^{\mathrm{LN}(-(3\cdot x^2 - 2\cdot x\cdot(y + 9) - y^2 - 2\cdot y + 15)/(x - 2)^2)} = e^{-2\cdot\mathrm{LN}((x - 2)\cdot k)}$

#12: $-\frac{3\cdot x^2 - 2\cdot x\cdot(y + 9) - y^2 - 2\cdot y + 15}{(x - 2)^2} = \frac{1}{k^2\cdot(x - 2)^2}$

#13: $\mathrm{SOLVE}\left(-\frac{3\cdot x^2 - 2\cdot x\cdot(y + 9) - y^2 - 2\cdot y + 15}{(x - 2)^2} = \frac{1}{k^2\cdot(x - 2)^2}, k, \mathrm{Real}\right)$

Dr. DÁMASO ROJAS http://damasorojas.con.ve http://damasorojas.jimdo.com
e-mail: damasorojas8@gmail.com twitter: @dmasorojas

#14:
$$k = -\frac{\mathrm{SIGN}(3\cdot x^2 - 2\cdot x\cdot(y + 9) - y^2 - 2\cdot y + 15)}{\sqrt{(-3\cdot x^2 + 2\cdot x\cdot(y + 9) + y^2 + 2\cdot y - 15)}} \vee k = \frac{\mathrm{SIGN}(3\cdot x^2 - 2\cdot x\cdot(y + 9) - y^2 - 2\cdot y + 15)}{\sqrt{(-3\cdot x^2 + 2\cdot x\cdot(y + 9) + y^2 + 2\cdot y - 15)}}$$

#15:
$$\mathrm{VECTOR}\left(k = -\frac{\mathrm{SIGN}(3\cdot x^2 - 2\cdot x\cdot(y + 9) - y^2 - 2\cdot y + 15)}{\sqrt{(-3\cdot x^2 + 2\cdot x\cdot(y + 9) + y^2 + 2\cdot y - 15)}} \vee k = \frac{\mathrm{SIGN}(3\cdot x^2 - 2\cdot x\cdot(y + 9) - y^2 - 2\cdot y + 15)}{\sqrt{(-3\cdot x^2 + 2\cdot x\cdot(y + 9) + y^2 + 2\cdot y - 15)}},\ k,\ -2,\ 2,\ 0.5\right)$$

#16:
$$\left[3\cdot x^2 - 2\cdot x\cdot(y + 9) - y^2 - 2\cdot y = -\frac{61}{4},\ 3\cdot x^2 - 2\cdot x\cdot(y + 9) - y^2 - 2\cdot y = -\frac{139}{9},\ 3\cdot x^2 - 2\cdot x\cdot(y + 9) - y^2 - 2\cdot y = -16,\ 3\cdot x^2 - 2\cdot x\cdot(y + 9) - y^2 - 2\cdot y = -19,\ 3\cdot x^2 - 2\cdot x\cdot(y + 9) - y^2 - 2\cdot y = -\infty,\ 3\cdot x^2 - 2\cdot x\cdot(y + 9) - y^2 - 2\cdot y = -19,\ 3\cdot x^2 - 2\cdot x\cdot(y + 9) - y^2 - 2\cdot y = -16,\ 3\cdot x^2 - 2\cdot x\cdot(y + 9) - y^2 - 2\cdot y = -\frac{139}{9},\ 3\cdot x^2 - 2\cdot x\cdot(y + 9) - y^2 - 2\cdot y = -\frac{61}{4}\right]$$