

MATEMÁTICAS PARA INGENIEROS, MEDIANTE EL SISTEMA DE CÁLCULO SIMBÓLICO DERIVE 6.10

ECUACIONES DIFERENCIALES CON COEFICIENTES LINEALES.

ECUACIONES DIFERENCIALES TRANSFORMABLES A VARIABLES SEPARABLES.

Estas ecuaciones diferenciales tienen la siguiente estructura:

$$(ax+by+c)dx+(\alpha x+\beta y+\gamma)dy=0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(ax+by+c)}{(\alpha x+\beta y+\gamma)}$$

Para resolver este tipo de ecuaciones de la forma tradicional, se demuestra que las dos rectas $(ax+by+c)=0$ $(\alpha x+\beta y+\gamma)=0$ no se interceptan (o sea son paralelas), entonces $\alpha x+\beta y=n(ax+by)$ y luego se hace la sustitución: $z=ax+by \Rightarrow \alpha x+\beta y=nz$ (que permitan eliminar el término independiente del coeficiente lineal, esta sustitución convierte la ecuación diferencial en una **EDO DE VARIABLES SEPARABLES**).

En forma práctica si la ecuación es reducible a variables separables se cumple que:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ \alpha & \beta \end{vmatrix} = 0$$

En **DERIVE**, una vez que se comprueba que el determinante es igual a cero, y la ecuación diferencial tiene la forma $\frac{dy}{dx} = \frac{(ax+by+c)}{(\alpha x+\beta y+\gamma)} = f(x, y)$ se utiliza los siguientes comandos:

FUN_LIN_CCF_GEN(f(x,y), α , β , γ , x, y, k) (para soluciones generales)

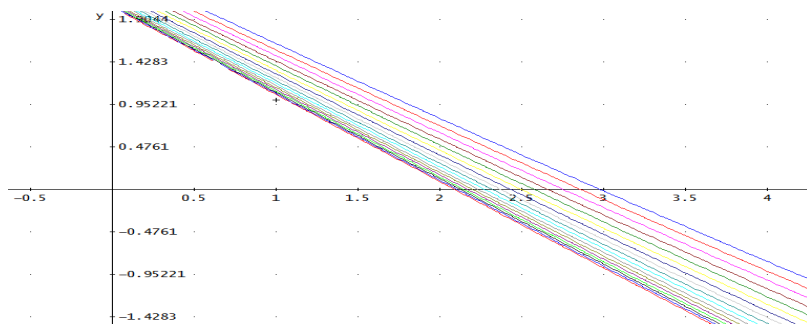
FUN_LIN_CCF(f(x,y), α , β , γ , x, y, x_0 , y_0) (para solución particular, están dadas las condiciones iniciales)

EJEMPLO 1. Resolver la siguiente ecuación diferencial $(x+y+1)dx+(2x+2y-1)dy=0$

```
#1: LOAD(C:\Program Files\TI Education\Derive 6 - Evaluación\Math\FirstOrderODEs.mth)
#2: InputMode := Word
#3: (x + y + 1).dx + (2.x + 2.y - 1).dy = 0
#4:  $\frac{dy}{dx} = -\frac{x + y + 1}{2.x + 2.y - 1}$ 
#5: InputMode := Character
#6: DET  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ 
#7: 0
#8: FUN_LIN_CCF_GEN  $\left(-\frac{x + y + 1}{2.x + 2.y - 1}, 2, 2, -1, x, y, k\right)$ 
#9:  $3 \cdot \text{LN}(x + y - 2) + 2 \cdot x + 2 \cdot y = -3 \cdot \text{LN}(2) + x + k + 1$ 
#10: SOLVE( $3 \cdot \text{LN}(x + y - 2) + 2 \cdot x + 2 \cdot y = -3 \cdot \text{LN}(2) + x + k + 1$ , k, Real)
#11:  $k = 3 \cdot \text{LN}(2 \cdot (x + y - 2)) + x + 2 \cdot y - 1$ 
#12: VECTOR(k =  $3 \cdot \text{LN}(2 \cdot (x + y - 2)) + x + 2 \cdot y - 1$ , k, -4, 4, 0.5)
```

MATEMÁTICAS PARA INGENIEROS, MEDIANTE EL SISTEMA DE CÁLCULO SIMBÓLICO DERIVE 6.10

$$\#13: \left[\begin{aligned} 3 \cdot \ln(x + y - 2) + x + 2 \cdot y &= -3 \cdot \ln(2) - 3, 3 \cdot \ln(x + y - 2) + x + 2 \cdot y = -3 \cdot \ln(2) - \frac{5}{2}, 3 \cdot \ln(x + y - 2) + x + 2 \cdot y = -3 \cdot \ln(2) - 2, 3 \cdot \ln(x + y - 2) \\ + x + 2 \cdot y &= -3 \cdot \ln(2) - \frac{3}{2}, 3 \cdot \ln(x + y - 2) + x + 2 \cdot y = -3 \cdot \ln(2) - 1, 3 \cdot \ln(x + y - 2) + x + 2 \cdot y = -3 \cdot \ln(2) - \frac{1}{2}, 3 \cdot \ln(x + y - 2) + x + 2 \cdot y = - \\ 3 \cdot \ln(2), 3 \cdot \ln(x + y - 2) + x + 2 \cdot y &= \frac{1}{2} - 3 \cdot \ln(2), 3 \cdot \ln(x + y - 2) + x + 2 \cdot y = 1 - 3 \cdot \ln(2), 3 \cdot \ln(x + y - 2) + x + 2 \cdot y = \frac{3}{2} - 3 \cdot \ln(2), 3 \cdot \ln(x + y - 2) \\ - 2) + x + 2 \cdot y &= 2 - 3 \cdot \ln(2), 3 \cdot \ln(x + y - 2) + x + 2 \cdot y = \frac{5}{2} - 3 \cdot \ln(2), 3 \cdot \ln(x + y - 2) + x + 2 \cdot y = 3 - 3 \cdot \ln(2), 3 \cdot \ln(x + y - 2) + x + 2 \cdot y = \frac{7}{2} \\ - 3 \cdot \ln(2), 3 \cdot \ln(x + y - 2) + x + 2 \cdot y &= 4 - 3 \cdot \ln(2), 3 \cdot \ln(x + y - 2) + x + 2 \cdot y = \frac{9}{2} - 3 \cdot \ln(2), 3 \cdot \ln(x + y - 2) + x + 2 \cdot y = 5 - 3 \cdot \ln(2) \end{aligned} \right]$$



EJEMPLO 2. Resolver la siguiente ecuación diferencial $\frac{dy}{dx} = \frac{2x + y - 1}{4x + 2y + 5}$

#1: LOAD(C:\Program Files\TI Education\Derive 6 - Evaluación\Math\FirstOrderODEs.mth)

#2: InputMode := Word

#3:
$$\frac{dy}{dx} = \frac{2 \cdot x + y - 1}{4 \cdot x + 2 \cdot y + 5}$$

#4: InputMode := Character

#5: DET $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

#6: 0

#7: FUN_LIN_CCF_GEN $\left(\frac{2 \cdot x + y - 1}{4 \cdot x + 2 \cdot y + 5}, 4, 2, 5, x, y, k \right)$

#8:
$$\frac{7 \cdot \ln(10 \cdot x + 5 \cdot y + 9)}{25} + \frac{4 \cdot x + 2 \cdot y + 5}{5} = -\frac{7 \cdot \ln(2)}{25} + x + k$$

#9: SOLVE $\left(\frac{7 \cdot \ln(10 \cdot x + 5 \cdot y + 9)}{25} + \frac{4 \cdot x + 2 \cdot y + 5}{5} = -\frac{7 \cdot \ln(2)}{25} + x + k, k, \text{Real} \right)$

#10:
$$k = \frac{7 \cdot \ln(2 \cdot (10 \cdot x + 5 \cdot y + 9))}{25} - \frac{x}{5} + \frac{2 \cdot y + 5}{5}$$

MATEMÁTICAS PARA INGENIEROS, MEDIANTE EL SISTEMA DE CÁLCULO SIMBÓLICO DERIVE 6.10

#11:
$$k = - \frac{-7 \cdot \text{LN}(2 \cdot (10 \cdot x + 5 \cdot y + 9)) + 5 \cdot x - 10 \cdot y - 25}{25}$$

#12: VECTOR $\left(k = \frac{7 \cdot \text{LN}(2 \cdot (10 \cdot x + 5 \cdot y + 9))}{25} - \frac{x}{5} + \frac{2 \cdot y + 5}{5}, k, 0, 4, 0.5 \right)$

#13:
$$\left[\frac{7 \cdot \text{LN}(10 \cdot x + 5 \cdot y + 9)}{25} - \frac{x}{5} + \frac{2 \cdot y + 5}{5} = -\frac{7 \cdot \text{LN}(2)}{25}, \frac{7 \cdot \text{LN}(10 \cdot x + 5 \cdot y + 9)}{25} - \frac{x}{5} + \frac{2 \cdot y + 5}{5} = \frac{1}{2} - \frac{7 \cdot \text{LN}(2)}{25}, \frac{7 \cdot \text{LN}(10 \cdot x + 5 \cdot y + 9)}{25} - \frac{x}{5} + \frac{2 \cdot y + 5}{5} = 1 - \frac{7 \cdot \text{LN}(2)}{25}, \frac{7 \cdot \text{LN}(10 \cdot x + 5 \cdot y + 9)}{25} - \frac{x}{5} + \frac{2 \cdot y + 5}{5} = \frac{3}{2} - \frac{7 \cdot \text{LN}(2)}{25}, \frac{7 \cdot \text{LN}(10 \cdot x + 5 \cdot y + 9)}{25} - \frac{x}{5} + \frac{2 \cdot y + 5}{5} = 2 - \frac{7 \cdot \text{LN}(2)}{25}, \frac{7 \cdot \text{LN}(10 \cdot x + 5 \cdot y + 9)}{25} - \frac{x}{5} + \frac{2 \cdot y + 5}{5} = \frac{5}{2} - \frac{7 \cdot \text{LN}(2)}{25}, \frac{7 \cdot \text{LN}(10 \cdot x + 5 \cdot y + 9)}{25} - \frac{x}{5} + \frac{2 \cdot y + 5}{5} = 3 - \frac{7 \cdot \text{LN}(2)}{25}, \frac{7 \cdot \text{LN}(10 \cdot x + 5 \cdot y + 9)}{25} - \frac{x}{5} + \frac{2 \cdot y + 5}{5} = 4 - \frac{7 \cdot \text{LN}(2)}{25} \right]$$

