ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES

DEFINICIÓN: Si una ecuación diferencial $M(x,y)dx+N(x,y)dy=0$ se puede convertir en la forma $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$ donde $P(x)$ y $Q(x)$ son funciones que dependen de la variable (x), o de la forma $\frac{dx}{dy}+P(y)x=Q(y)$ donde $P(y)$ y $Q(y)$ son funciones que dependen de la variable (y) se llama una **ECUACIÓN DIFERENCIAL LINEAL DE PRIMER ORDEN.**

En DERIVE si la ecuación diferencial es de la forma lineal $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$, se identifican las funciones $P(x);Q(x)$ y luego se escribe el siguiente comando en la barra de expresiones:

LINEAR1_GEN (P(x), Q(x), x, y, k)

En el caso de que la ecuación diferencial es de la forma lineal $\frac{dx}{dy}+P(y)x=Q(y)$ se identifican las funciones $P(y);Q(y)$ y se aplica el comando:

LINEAR1_GEN (P(Y), Q(Y), y, x, k)

En los casos que den las condiciones iniciales en la ecuación diferencial, se aplicarán

LINEAR1(P(x), Q(x), x, y, x_0, y_0); **LINEAR1(P(y), Q(y), y, x, y_0, x_0)**

EJEMPLO 1. Resolver $y'+\frac{1}{x}y=x^3$

Se observa que la ecuación diferencial dada está de la forma $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$ donde:

$$P(x)=\frac{1}{x};Q(x)=x^3$$

#1: LOAD(C:\Program Files\TI Education\Derive 6 - Evaluación\Math\FirstOrderODEs.mth)

#2: InputMode := Word

#3: $\frac{dy}{dx}+\frac{1}{x}\cdot y=x^3$

#4: InputMode := Character

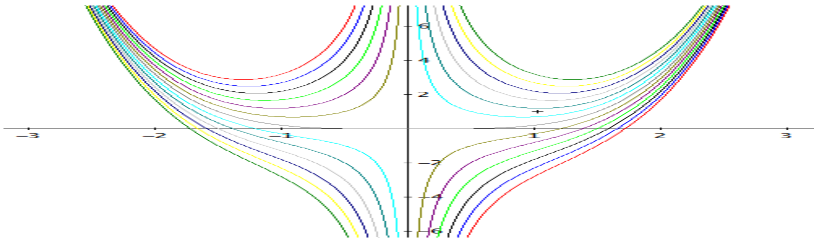
#5: $\text{LINEAR1\_GEN}\left(\frac{1}{x}, x^3, x, y, k\right)$

#6: $y=\frac{x^5+5\cdot k}{5\cdot x}$

#7: $\text{VECTOR}\left(y=\frac{x^5+5\cdot k}{5\cdot x}, k, -3, 3, 0.5\right)$

Dr. DÁMASO ROJAS http://damasorojas.con.ve http://damasorojas.jimdo.com
e-mail: damasorojas8@gmail.com twitter: @dmasorojas

#8: $\left[y = \dfrac{x^5 - 15}{5\cdot x}, y = \dfrac{2\cdot x^5 - 25}{10\cdot x}, y = \dfrac{x^5 - 10}{5\cdot x}, y = \dfrac{2\cdot x^5 - 15}{10\cdot x}, y = \dfrac{x^5 - 5}{5\cdot x}, y = \dfrac{2\cdot x^5 - 5}{10\cdot x}, y = \dfrac{x^4}{5}, y = \dfrac{2\cdot x^5 + 5}{10\cdot x}, y = \dfrac{x^5 + 5}{5\cdot x}, y = \dfrac{2\cdot x^5 + 15}{10\cdot x}, y = \dfrac{x^5 + 10}{5\cdot x}, y = \dfrac{2\cdot x^5 + 25}{10\cdot x}, y = \dfrac{x^5 + 15}{5\cdot x}\right]$



EJEMPLO 2. Resolver la ecuación diferencial $xy' - 4y + 2x^2 + 4 = 0$ y hallar la solución particular que pasa por el punto (1, 1)

#1: LOAD(C:\Program Files\TI Education\Derive 6 - Evaluación\Math\FirstOrderODEs.mth)

#2: InputMode := Word

#3: $x\cdot\dfrac{dy}{dx} - 4\cdot y + 2\cdot x^2 + 4 = 0$

Se observa que la ecuación diferencial dada no está de la forma $\dfrac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$ por lo tanto, se debe hacer los artificios necesarios para transformarla

Debido a que el coeficiente de la derivada debe ser uno, entonces dividimos la expresión entre x y despejamos para obtener la forma requerida.

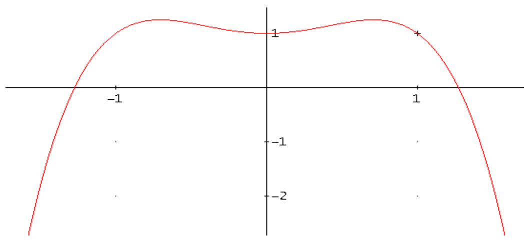
#4: $\dfrac{dy}{dx} - \dfrac{4\cdot y}{x} = -\dfrac{2\cdot x^2 + 4}{x}$

Donde: $P(x) = \dfrac{-4}{x}; Q(x) = \dfrac{-2x^2 - 4}{x}$

#5: InputMode := Character

#6: $\mathrm{LINEAR1}\left(-\dfrac{4}{x}, -\dfrac{2\cdot x^2 + 4}{x}, x, y, 1, 1\right)$

#7: $y = -x^4 + x^2 + 1$



Dr. DÁMASO ROJAS http://damasorojas.con.ve http://damasorojas.jimdo.com
e-mail: damasorojas8@gmail.com twitter: @dmasorojas

EJEMPLO 3. Resuelva la ecuación diferencial $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1}{x+y^2}$

#1: LOAD(C:\Program Files\TI Education\Derive 6 – Evaluación\Math\FirstOrderODEs.mth)

#2: InputMode := Word

#3: $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1}{x+y^2}$

Se observa que **NO** es lineal de la forma $\dfrac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$; entonces realizando algunos artificios matemáticos obtenemos la ecuación diferencial: $\dfrac{dx}{dy}-x=y^2$ de la forma $\dfrac{dx}{dy}+P(y)x=Q(y)$ Donde: $P(y)=-x;Q(y)=y^2$

#4: $\dfrac{dx}{dy}-x=y^2$

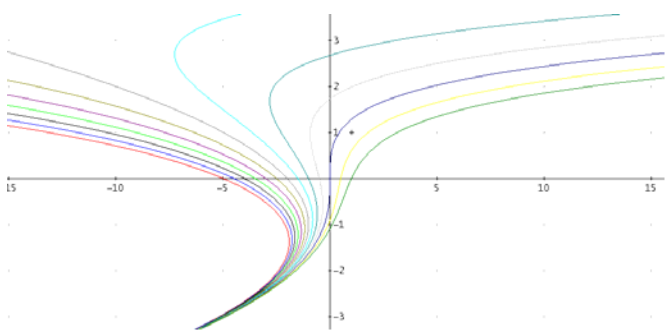
#5: InputMode := Character

#6: LINEAR1_GEN(−1, y^2, y, x, k)

#7: $x=k\cdot e^y-y^2-2\cdot y-2$

#8: VECTOR($x=k\cdot e^y-y^2-2\cdot y-2$, k, −3, 3, 0.5)

#9: $\left[x=-3\cdot e^y-y^2-2\cdot y-2,\ x=-\dfrac{5\cdot e^y}{2}-y^2-2\cdot y-2,\ x=-2\cdot e^y-y^2-2\cdot y-2,\ x=-\dfrac{3\cdot e^y}{2}-y^2-2\cdot y-2,\ x=-e^y-y^2-2\cdot y-2,\ x=-\dfrac{e^y}{2}-y^2-2\cdot y-2,\ x=-y^2-2\cdot y-2,\ x=\dfrac{e^y}{2}-y^2-2\cdot y-2,\ x=e^y-y^2-2\cdot y-2,\ x=\dfrac{3\cdot e^y}{2}-y^2-2\cdot y-2,\ x=2\cdot e^y-y^2-2\cdot y-2,\ x=\dfrac{5\cdot e^y}{2}-y^2-2\cdot y-2,\ x=3\cdot e^y-y^2-2\cdot y-2\right]$



Dr. DÁMASO ROJAS http://damasorojas.con.ve http://damasorojas.jimdo.com
e-mail: damasorojas8@gmail.com twitter: @dmasorojas

EJEMPLO 4. Resuelva la ecuación diferencial $\cos x \frac{dy}{dx} + ysenx = 1$

Se puede observar que la ecuación diferencial dada no está de la forma $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$, se debe hacer los artificios matemáticos para transformarla

#1: LOAD(C:\Program Files\TI Education\Derive 6 – Evaluación\Math\FirstOrderODEs.mth)

#2: InputMode := Word

#3: $\mathrm{COS}(x)\cdot\frac{dy}{dx} + y\cdot\mathrm{SIN}(x) = 1$

Debido a que el coeficiente de la derivada debe ser uno, entonces dividimos la expresión entre coseno(x) y despejamos para obtener la forma requerida

$$\frac{\cos x}{\cos x}\frac{dy}{dx} + y\frac{senx}{\cos x} = \frac{1}{\cos x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} + y\tan(x) = \sec(x)$$

#4: $\frac{dy}{dx} + y\cdot\mathrm{TAN}(x) = \mathrm{SEC}(x)$

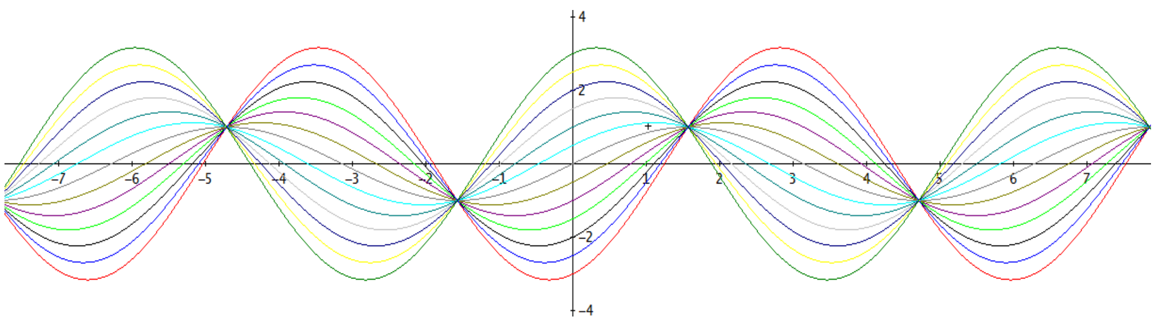
#5: InputMode := Character

#6: LINEAR1_GEN(TAN(x), SEC(x), x, y, k)

#7: $y = k\cdot\mathrm{COS}(x) + \mathrm{SIN}(x)$

#8: VECTOR(y = k·COS(x) + SIN(x), k, -3, 3, 0.5)

#9: $\left[y = \mathrm{SIN}(x) - 3\cdot\mathrm{COS}(x),\ y = \mathrm{SIN}(x) - \frac{5\cdot\mathrm{COS}(x)}{2},\ y = \mathrm{SIN}(x) - 2\cdot\mathrm{COS}(x),\ y = \mathrm{SIN}(x) - \frac{3\cdot\mathrm{COS}(x)}{2},\ y = \mathrm{SIN}(x) - \mathrm{COS}(x),\ y = \mathrm{SIN}(x) - \frac{\mathrm{COS}(x)}{2},\ y = \mathrm{SIN}(x),\ y = \frac{\mathrm{COS}(x)}{2} + \mathrm{SIN}(x),\ y = \mathrm{COS}(x) + \mathrm{SIN}(x),\ y = \frac{3\cdot\mathrm{COS}(x)}{2} + \mathrm{SIN}(x),\ y = 2\cdot\mathrm{COS}(x) + \mathrm{SIN}(x),\ y = \frac{5\cdot\mathrm{COS}(x)}{2} + \mathrm{SIN}(x),\ y = 3\cdot\mathrm{COS}(x) + \mathrm{SIN}(x)\right]$



Dr. DÁMASO ROJAS http://damasorojas.con.ve http://damasorojas.jimdo.com
e-mail: damasorojas8@gmail.com twitter: @dmasorojas